Chapitre 7 : méthodes, fonctions et procédures

Fonctions en informatique
Déclaration, application de fonction
Fonction récursive
Déclaration, application de procédure
Passage de paramètres
Procédures récursives

Fonctions

Fonctions en mathématiques

- Une fonction `f` définie sur `A` (domaine de définition, espace de départ) à valeurs dans `B` (codomaine, espace d'arrivée, espace image) est une correspondance qui, à tout élément `x` de `A` fait correspondre un élément et un seul, noté `f(x)`, de `B`.
- `f(x)` est le résultat de l'application de `f` à l'élément `x`.

Spécification

- Une spécification est une description dans un langage formel (rigoureux) :
  - d'une correspondance entre des données et des résultats ainsi que des propriétés de cette correspondance.
- Un algorithme est un cas particulier de spécification.
- C'est une spécification exécutable.

Les fonctions en informatique

$$f(x)=a*x^2+b*x+c$$

`x` est le paramètre formel de la fonction f

`a, b, c` sont les variables globales (libres) de la fonction `f`.

L'expression (ici ax^2+bx+c) définissant la fonction est appelée corps de la fonction.

Dans l'application de `f` à une valeur `v`, notée `f(v)`, `v` est appelé paramètre effectif ou argument.

Fonctions totales

En informatique, une fonction doit être totale (partout définie) => tout élément du domaine peut être a priori choisi comme argument.

Les cas particuliers doivent impérativement être traités de manière explicite.

Déclaration d'une fonction : Syntaxe

```
<déclaration_fonction>::=<en-tete><bloc>

<en-tete>::=
  <ident_type><ident_fonction><liste_paramètres>
  <liste_paramètres>::= ()|(<déclar_paramètres>)
<déclar_paramètres>::=
   <type_param> <ident_param>{,<déclar_paramètres>}

<bloc>::={<suite_ordres>}
<suite_ordres>::=<ordre>|<ordre>{;<ordre>}
<ordre>::=<instruction>|<déclaration>
```

Exemples de déclaration

`doubler` : identificateur de la fonction
`X` : paramètre formel
`int` : type du paramètre formel
`int` : type de la valeur retournée (résultat)
`int doubler(int X)` : signature de la fonction
`int → int` : type de la fonction

```
int doubler(int X){
        return X*2;
}
```

`max` : identificateur de la fonction
`A,B` : paramètres formels
`int` : type des paramètres formels
`int` : type de la valeur retournée (résultat)
`int max(int A,B)` : signature de la fonction
`int*int → int` : type de la fonction

```
int max(int A,B){
  if(A>B) return A;
  else return B;
}
```

Déclaration d'une fonction : sémantique (1/2)

La fonction dénotée par son identificateur appartient à l'environnement du programme.

A son identificateur est associé son **type**.

Le programmeur déclare ainsi les contraintes d'utilisation de l'objet fonction. Il spécifie un nouvel outil ajouté à l'environnement.

Le compilateur utilisera ces informations pour vérifier que l'utilisation qui est faite de cet objet fonction répond bien à l'intention du programmeur

Déclaration d'une fonction : sémantique (2/2)

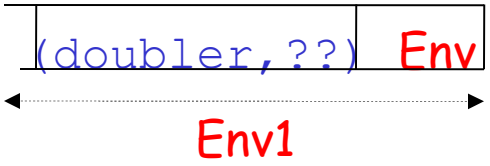
- La **valeur** de la fonction est déterminée et associée à son identificateur.
- Cette valeur est le code binaire de la fonction associé à son environnement de déclaration.
- Elle est appelée fermeture car elle réunit en une seule structure son code binaire et le contexte de déclaration de son corps.

Sémantique de déclaration : exemple (1/4)

Déclaration dans l'environnement Env de la fonction :

```
int doubler(int X){ return X*2; }
```

- création de la liaison `(doubler,??)`
- extension de Env avec cette liaison



- Détermination du type de la fonction :

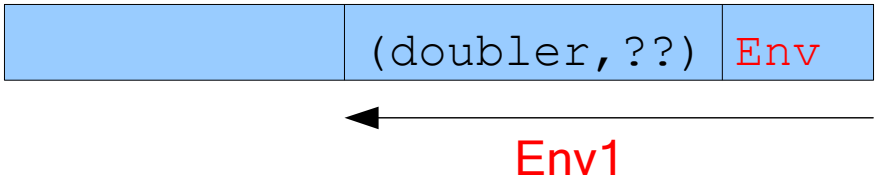
`int→int`

Sémantique de déclaration : exemple (1/4)

Déclaration dans l'environnement Env de la fonction :

```
int doubler(int X){ return X*2; }
```

- création de la liaison `(doubler,??)`
- extension de Env avec cette liaison



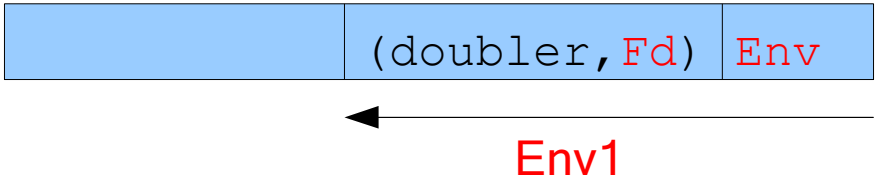
- détermination du type de la fonction : `int→int`

Sémantique de déclaration : exemple (2/4)

Détermination de la fermeture F de `doubler` :

`Fd = << X→corps de doubler, Env1 >>`

Modification de la liaison dans Env1

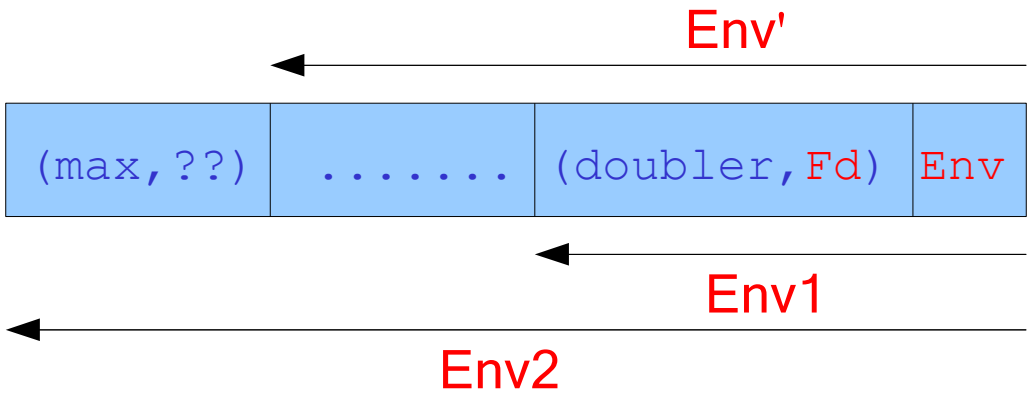


Sémantique de déclaration : exemple (3/4)

Déclaration dans l'environnement Env' de la fonction:

```
int max(int A,B){ ..... }
```

- création de la liaison `(max,??)`
- extension de Env' avec cette liaison



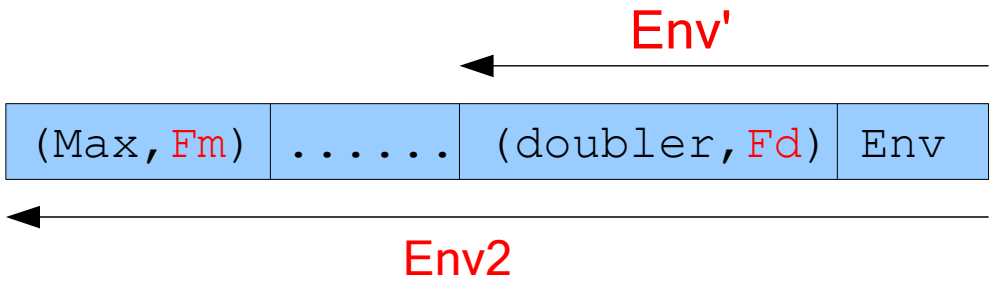
- Détermination du type de la fonction : `int*int→int`

Sémantique de déclaration : exemple (4/4)

Détermination de la fermeture F de `max` :

```
Fm = <<A,B→corps de max, Env2>>
```

Modification de la liaison dans Env2

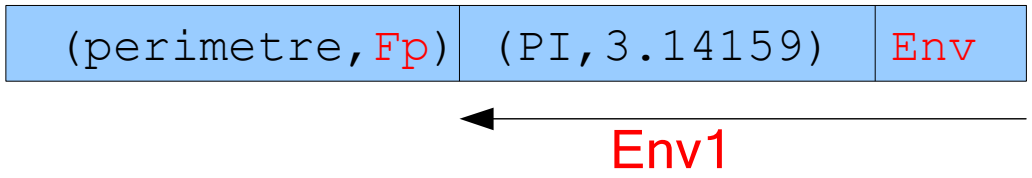


Autre exemple

```
float perimetre(float R){return 2.0f*PI*R;}
```

La fonction d'identificateur `perimetre` est introduite dans l'environnement Env1 du programme avec son type :

`float-->float`



L'environnement contenu dans Fp contient PI et permet donc à l'expression `2.0f*PI*R` d'être évaluée avec succès

Fonction produit de matrice (1/3)

Multiplication d'une matrice `a` par une matrice `b`.
Le nombre de colonnes de `a` doit être le même que le nombre de lignes de `b`.
Le type des éléments de `a` doit être compatible avec celui des éléments de `b`.

$$\begin{pmatrix} a11 & a12 & a13 & a14 \\ a21 & a22 & a23 & a24 \\ a31 & a32 & a33 & a34 \\ a41 & a42 & a43 & a44 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b11 & b12 & b13 \\ b21 & b22 & b23 \\ b31 & b32 & b33 \\ b41 & b42 & b43 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c11 & c12 & c13 \\ c21 & c22 & c23 \\ c31 & c32 & c33 \\ c41 & c42 & c43 \end{pmatrix}$$

où

```
cij = ai1*b1j+ai2*b2j+ai3*b3j+ai4*b4j
```

Fonction produit de matrice(2/3)

```
static float[][] produitMatrices(float[][] A,float[][] B){
   float[][] C = new float[A.length][B[0].length];
   for(int i=0;i< A.length;i++){
      for(int j=0;j< B[0].length;j++){
            float s=0.0f;
            for(int k=0;k< A.length;k++)
               s=s+A[i][k]*B[k][j];
            C[i][j]=s;
      }
   }
 return C;
}
```

Fonction produit de matrice(3/3)

```
public static void main( String[] args ){
  float[][] x={{3f,4f,4f,6f},
               {5f,6f,7f,8f},
               {8f,7f,3f,1f},
               {4f,8f,1f,9f}};
  float[][] y={{7f,4f,6f},
               {2f,6f,8f},
               {8f,2f,1f},
               {4f,3f,9f}};
  float[][] z = produitMatrices(x,y);
  for(int i=0;i<z.length;i++){
     for (int j=0;j<z[0].length;j++)
        System.out.print(z[i][j]+", ");
     System.out.println();
  }
}
```

Résultat affiché

```
85.0  62.0  108.0
135.0  94.0  157.0
98.0  83.0  116.0
88.0  93.0  170.0
```

Application d'une fonction : syntaxe

```
<application_fonction>::=
      <ident_fonction><liste_paramètres_effectifs>
<liste_paramètres_effectifs>::= ()|(<param_effectifs>)
<param_effectifs>::=<val_param>{,<param_effectifs>}
<val_param>::= ident|une expression du type associé
```

Exemples

```
Math.max(78,45)
doubler(X*5)
perimetre(37.97)
```

La fonction `eliminer`

Il s'agit d'éliminer toutes les occurrences d'un caractère dans une chaîne de caractères

Soit `c` le caractère et `t[0..n]` le tableau représentant la chaîne

<u>Raisonnement par récurrence</u>

1- hypothèse de récurrence

$\forall k \in [0..j-1],\ t[k] \neq c$

2- condition d'arrêt

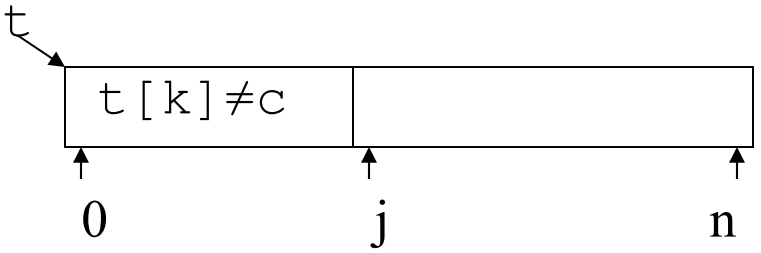
$j > n$

3- corps de boucle

```
si t[j]=c
alors t=t[0..j-1]+t[j+1..n];
      n←n-1;j←j+1;
sinon j←j+1;
```

4- initialisation : `n←dernier indice`

`j=0`



Déclaration de la fonction : eliminer

```
static String eliminer(char c,String t){
    int j = 0;
    int n = t.length()-1;
    while( j<=n ){
        if( t.charAt(j)==c ){
            String t1 = t.substring(0,j);
            String t2 = t.substring(j+1,n+1);
            t=t1.concat(t2);
            n--;
        }
        j++;
    }
    return t;
}
```

```
"abc".substring(2,3); → c
"abc".substring(0,0); →
"abc".substring(0,3); → abc
```

Programme Eliminer

```
public class Eliminer {
  public static void main(String[] args) {
  String texte=
   "hier c'est le passe;demain c'est le" +
   "futur;aujourd'hui, c'est un cadeau.C'est pour" +
   " cela qu'on l'appelle present";
   System.out.println(eliminer(' ',texte));
   System.out.println(eliminer('e',texte));
}
```

Résultat

```
hierc'estlepasse;demainc'estlefutur;aujourd'hu
ic'estuncadeau.C'estpourçaqu'onl'appellepresent

hir c'st l pass;dmain c'st lfutur;aujourd'hui
c'st un cadau.C'st pour ça qu'on l'appll prsnt
```

Application d'une fonction : sémantique

```
T' h( P ){
// corps de h
}
```

Evaluons `h(exp)`,

L'évaluation de `h` permet de récupérer le code binaire qui lui est associé et donc l'environnement dans lequel son corps avait été déclaré.

L'évaluation de `exp` permet d'attribuer une valeur à l'argument.

A partir de ces informations, le contexte d'exécution de l'appel est construit. La valeur de `exp` est associée à l'identificateur du paramètre formel et le code binaire exécuté.

A la fin de l'exécution, ce contexte est détruit et remplacé par le contexte d'avant appel.

Transmission de paramètre

- Lors de l'appel d'une fonction, le paramètre effectif est transmis au paramètre formel.
- Tout se passe comme si une copie de la valeur du paramètre effectif initialisait le paramètre formel
- On parle de **passage par valeur**
- Conséquence : l'exécution de la fonction ne peut pas modifier le paramètre effectif
- Le paramètre formel `x` est une variable pendant toute l'exécution de la procédure
- Note : la valeur transmise est une **référence** si le paramètre est un **tableau** ou un **objet**

Application de la fonction `double` (1/2)

```
int doubler(int X){
   X = X*2;
   return X;
}
```

Evaluons

```
int a = 18;int b = doubler(a);
```

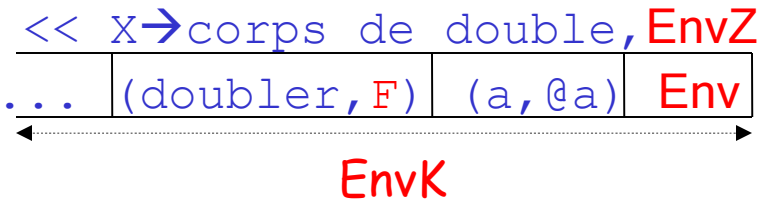
L'évaluation de `doubler` ramène le code binaire de la fonction et donc son environnement de déclaration

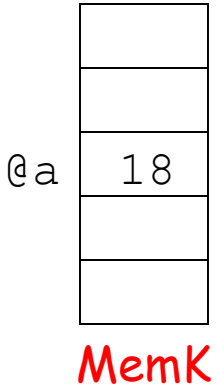
Le paramètre formel `X` prend la valeur de `a` (soit `18`). Cette association étend l'environnement de déclaration pour former l'environnement d'exécution de la fonction.

Le code s'exécute alors, la valeur retournée est `36` et le contexte d'exécution détruit.

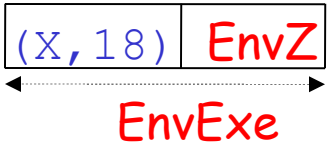
On revient donc au contexte d'exécution initial dans lequel `a` vaut toujours `18`

Application de la fonction `double` (2/2)





- ✓ Evaluation de `double(a)` dans (EnvK,MemK)
  - l'évaluation de l'identificateur `doubler` retourne la fermeture
    `F = << X→corps de doubler, EnvZ >>`
  - 18 s'évalue en lui-même
- ✓ Construction de l'environnement d'exécution EnvExe de la fonction



- ✓ Exécution du corps de `doubler` dans l'état (EnvExe,MemK) : la valeur retournée est `36`
- ✓ Destruction de EnvExe et restitution de l'environnement initial EnvK

Fonctions récursives

- Une fonction récursive est une fonction qui fait appel à elle-même pour son exécution.
- Toute fonction java appartient à l'environnement de sa fermeture.
- Autrement dit, toute fonction Java se connaît elle-même.

Elle est donc en mesure de s'appeler elle-même.

Exécution d'une fonction récursive (1/2)

Soit la fonction `sommeCarres(n)` qui calcule la somme des carrés des `n` premiers entiers positifs ou nuls.

Elle est définie récursivement par :

```
sommeCarres(n)= si n=0 alors 0
                sinon SommeCarres(n-1)+n*n
```

Traduction Java

```
int sommeCarres(int n){
  if(n==0) return 0;
  else return sommeCarres(n-1)+n*n;
}
```

Exécution de sommeCarres(3)

étapes du calcul	environnement d'exécution	pile des contextes
sommeCarres(3)	n=3	[]
sommeCarres(n-1)+n*n	n=3	[]
sommeCarres(2)	n=2	[n=3]
sommeCarres(n-1)+n*n	n=2	[n=3]
sommeCarres(1)	n=1	[n=2,n=3]
sommeCarres(n-1)+n*n	n=1	[n=2,n=3]
sommeCarres(0)	n=0	[n=1,n=2,n=3]
0	n=0	[n=1,n=2,n=3]
0+n*n-->1	n=1	[n=2,n=3]
1+n*n-->5	n=2	[n=3]
5+n*n-->14	n=3	[]

Conception d'une fonction récursive

Eliminer toutes les occurrences d'un caractère donné dans une chaîne.

Raisonnement par récurrence sur la longueur de la donnée. Soit `t` le texte et `c` le caractère à éliminer :

On connaît le résultat pour une valeur de la longueur :

```
si longueur(t)=0, le résultat est t (ou "")
```

On suppose que l'on sait éliminer toutes les occurrences de `c` pour un texte `t` de longueur `i-1`.

On montre que l'on peut éliminer tous les caractères `c` de `t` de longueur `i`;

Algorithme

Soit une chaîne représentée par le tableau `t` de longueur `i`

```
si longueur(t)=0 alors le résultat est t
sinon
    si le premier caractère = c
    alors
        le résultat provient de l'élimination de toutes
          les occurrences de c du texte t de longueur i-1
          (privé de son premier caractère)
    sinon
        le résultat est construit par la concaténation
          du 1er caractère (t.charAt(0)) avec la sous-
          chaîne t de 1 à..i-1 dans laquelle toute
          occurrence de c a été supprimée
```

Implantation de la fonction récursive

```
static String eliminer(char c,String t){
   int j=0;
   int i=t.length();
   if(i<=j+1) return "";
   else
     if(t.charAt(j)==c){
       t=t.substring(j+1,i);
       return eliminer(c,t);
   }else{
        char car=t.charAt(j);
       t=t.substring(j+1,i);
       return
  (String.valueOf(car)).concat(eliminer(c,t));
}}
```

Implantation du programme

```
public class EliminerRec{
  public static void main(String[] args){
    String texte="     oui et non    ";
    System.out.println(eliminer(' ',texte));
    System.out.println(eliminer('n',texte));
    System.out.println(texte);
  }

  static String eliminer(char c,String t){
     ...
    ...
  }
}
```

```
ouietnon
    oui et o
????
```

Procédures

Intérêt

- Créer une instruction nouvelle qui deviendra une primitive pour le programmeur
- Structurer le texte source du programme et améliorer sa lisibilité
- Factoriser l'écriture lorsque la suite d'actions nommée par la procédure intervient plusieurs fois

Différence entre fonction et procédure (1/2)

Une fonction peut être vue comme un opérateur produisant une valeur.

Une fonction n'a pas pour rôle de modifier l'état courant du programme en exécution.

Une bonne programmation interdit aux fonctions de réaliser des effets de bords.

On appelle effet de bord toute modification de la mémoire (affectation d'une variable, opération de lecture en mémoire) ou toute modification d'un support externe (disque, écran, disquette, etc).

Une fonction n'est pas une instruction, elle n'est donc pas en mesure de modifier l'état du programme. Une fonction réalise une simple opération dont le résultat peut être, par la suite, utilisé par une instruction.

Différence entre fonction et procédure (2/2)

Une procédure est une instruction composée qui peut prendre des paramètres et dont le rôle est de modifier l'état courant.
Les procédures ne retournent pas de résultat.

Les 2 aspects d'une procédure :

- Déclaration
- Appel

Déclaration de procédure

- Le but de la déclaration d'une procédure est d'introduire dans l'environnement courant :
  - son identificateur
  - son type
  - sa fermeture

Déclaration de procédure : syntaxe

<déclaration_proc>::=<en-tete_proc><corps>;

<en-tete_proc>::= **void** <ident_proc><liste_paramètres>

<liste_paramètres>::=vide|**(**<déclar_paramètres>**)**

<déclar_paramètres>::=

    <ident_param><type_param>{,<déclar_paramètres>}

<corps>::=

où

<ident_param>::= *identificateurs des paramètres formels*

<type_param> ::= *type des paramètres formels*

Exemple : procédure `permuter`

```
void permuter(char[] a,char[] b){
   char tmp;
   for(int i=0;i<a.length;i++){
     tmp = a[i];
     a[i] = b[i];
     b[i] = tmp;
   }
}
```

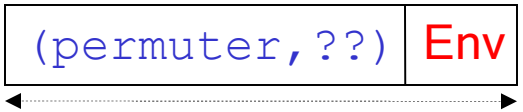
identificateur : `permuter`
type de la procédure : `char[]*char[]` → `vide`
fermeture : `F= <<a,b→ corps de permuter, env>>`

Remarque : l'instruction **`return`** devient inutile puisqu'aucune valeur n'est retournée par la procédure

Déclaration de la procédure `permuter` (1/2)

Mécanisme d'évaluation de cette déclaration de procédure dans l'environnement Env :

- Création de la liaison : `(permuter,??)`
- Extension de Env avec cette liaison : on obtient le nouvel environnement Env1



Env1

- Détermination du type des paramètres et du type du résultat. Le type de la fonction est :

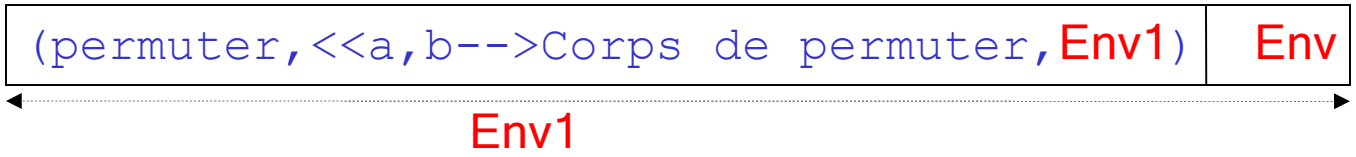
`char[]*char[]-->vide`

Déclaration de la procédure permuter(2/2)

Détermination de la fermeture `F` de `permuter`, dans un environnement Env1, à partir du corps de la procédure

`F = <<a,b-->Corps de permuter,`Env1`>>`

Modification de la liaison de l'environnement Env1



Appel de procédure

L'application d'une procédure à des paramètres effectifs constitue l'appel de cette procédure.

Syntaxe

```
<appel_procédure>::=
            <id_proc>(<liste_params_effectifs>)|();
<liste_params_effectifs>::=<param>{,<param>}
<param>::=<valeur>|<id_param>|<expression>
```

Le type des paramètres effectifs doit être le même que celui des paramètres formels correspondants.

Passage de paramètre

Le contrôle de type a été effectué. Les paramètres formels et effectifs correspondants ont donc le même type.

Transmission du paramètre passé par valeur :

1. Etablissement d'un canal de communication entre le paramètre effectif et le paramètre formel
2. Copie de la valeur du paramètre effectif `y` et affectation de cette valeur au paramètre formel correspondant `x`
3. Après retour vers l'appelant, ce mode de transmission garantit que le paramètre effectif conserve sa valeur d'appel.

Le paramètre formel `x` est une variable pendant toute l'exécution de la procédure

Passage de paramètre par valeur: exemple (1/3)

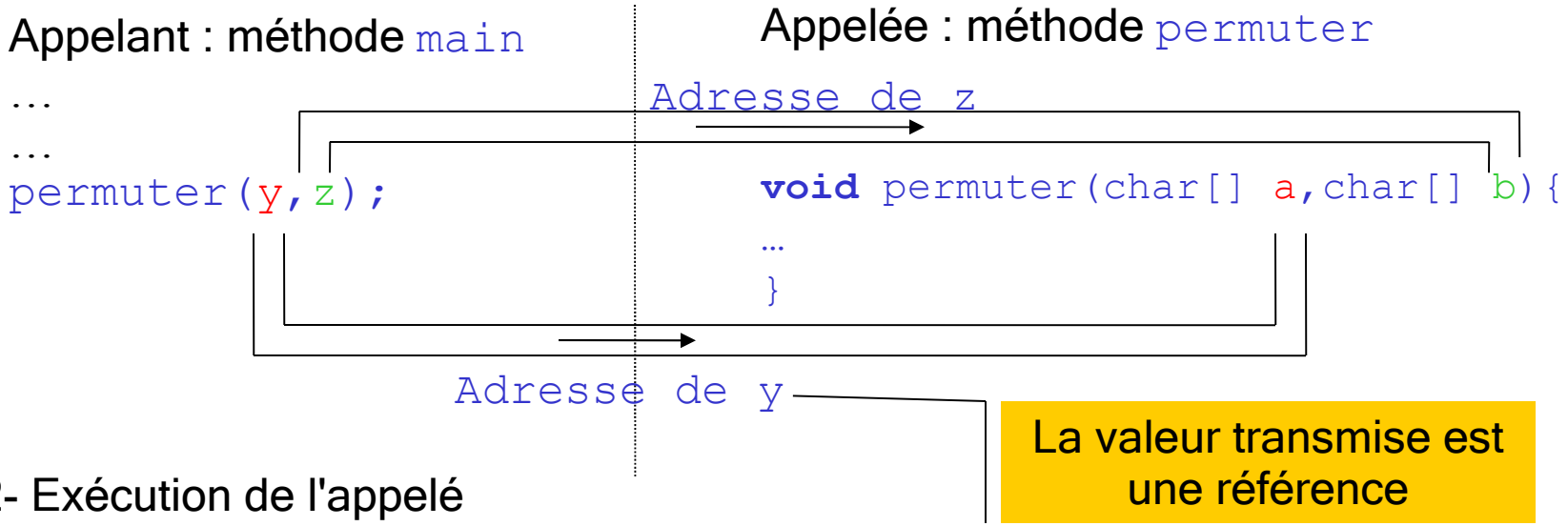
```
class Permutation{
  public static void main(String[] args){
   char[] y = {'a','b,'c','d'};
   char[] z = {'w','x,'y','z'};
   System.out.println("z="+z);
   System.out.println("z="+z[0]);
   permuter(y,z);
   System.out.println("z="+z);
  System.out.println("z="+z[0]);
  }
  static void permuter(char[] a,char[] b){
    char tmp;
    for(int i=0;i<a.length;i++){
      tmp = a[i];
      a[i] = b[i];
      b[i] = tmp;
    }
  }}
```

valeur affichée:
adresse de z=[C@179953c
z[0]=a

valeur affichée:
adresse de z=[C@179953c
z[0]=w

Passage de paramètre par valeur: exemple (2/3)

1- Transmission des paramètres



2- Exécution de l'appelé

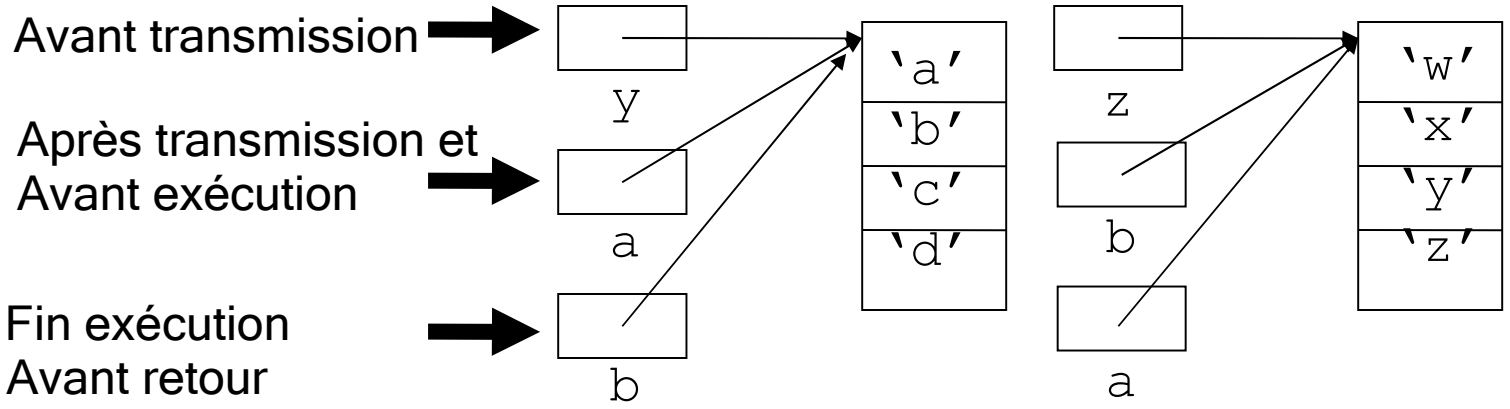
3- Retour vers l'appelant :

- le contrôle est passé à l'appelant derrière l'appel.
- aucune valeur n'est transmise en retour
- y et z conservent la même valeur qu'avant l'appel

Passage de paramètre par valeur: exemple (3/3)

Les paramètres étant des tableaux, c'est leur référence
et non leur contenu qui est copié dans le paramètre formel correspondant.

En effet, la valeur d'une variable de type tableau est une adresse (ou référence)



Après retour, seules subsistent les variables y et z qui n'ont pas changé de valeur

Passage de paramètre par valeur d'un type primitif(1/3)

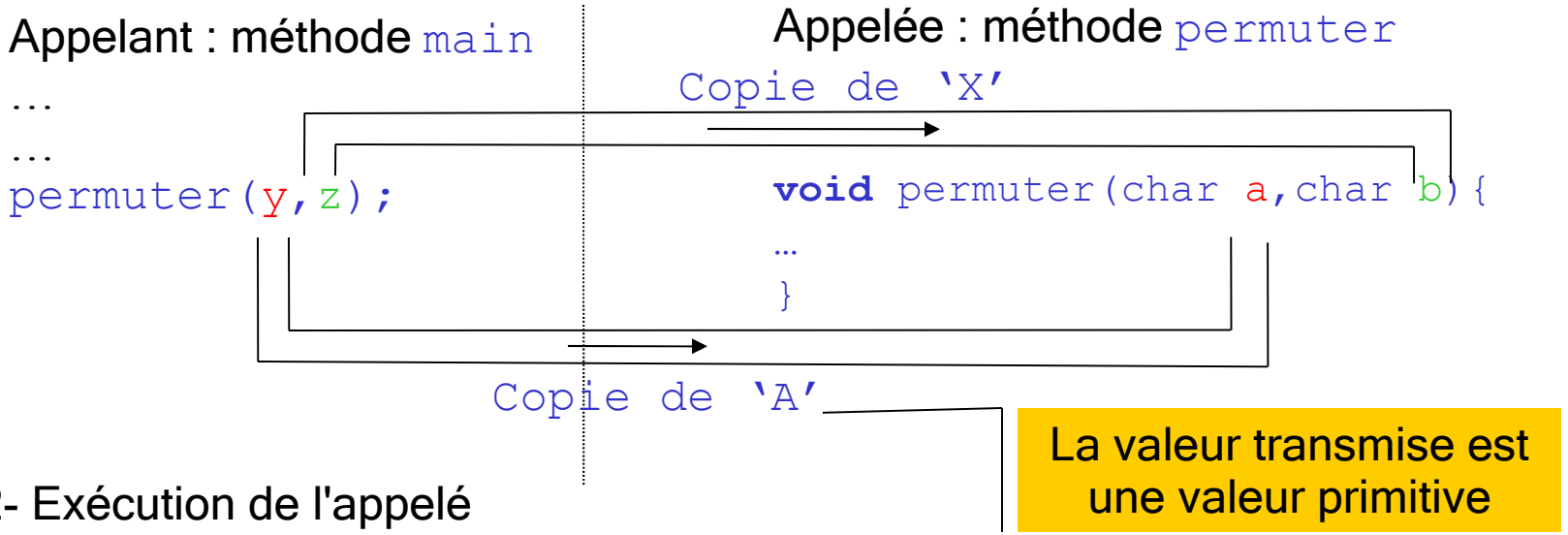
```
class Permutation{
  public static void main(String[] args){
   char y = 'A';
   char z = 'X';
   System.out.println("z="+z);
   permuter(y,z);
   System.out.println("z="+z);
  }

  static void permuter(char a,char b){
   char tmp = a;
    a = b;
    b = tmp;
  }
}(
```

valeur affichée :
z=X

valeur affichée :
z=X

Passage de paramètre par valeur d'un type primitif(2/3)

1- Transmission des paramètres



2- Exécution de l'appelé

3- Retour vers l'appelant :

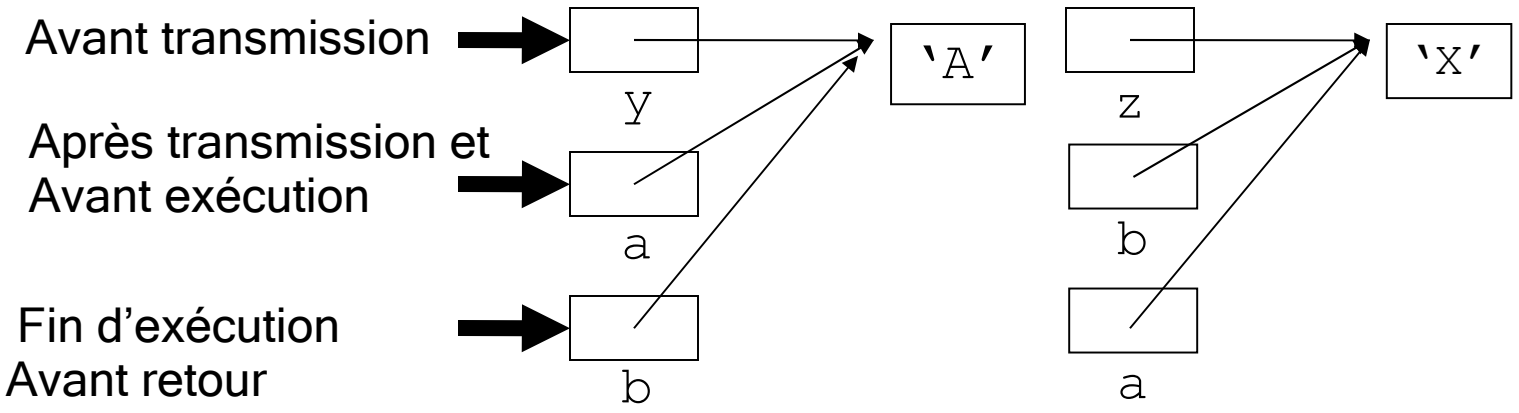
le contrôle est passé à l'appelant derrière l'appel.

aucune valeur n'est transmise en retour

y et z conservent la même valeur qu'avant l'appel

Passage de paramètre par valeur d'un type primitif(3/3)

Dans cet exemple, les paramètres sont d'un type primitif, c'est leur contenu qui est copié dans le paramètre formel correspondant.



Après retour, z vaut toujours `'X'`

Profil des paramètres d'une procédure

Deux procédures ont le même profil de paramètres si :

- elles ont le même nombre de paramètres
- à chaque position, les paramètres ont le même type

```
void permuter(char a,char b);
void swap(char x,char y);
```

Les procédures `permuter` et `swap` ont le même profil de paramètres

Surcharge de procédures

Un identificateur de procédure est surchargé si :

- il identifie plusieurs procédures
- si ces procédures n'ont pas le même profil de paramètres

Un tel identificateur possède plusieurs sémantiques

```
void permuter(char a,char b);
void permuter(int a,int y);
```

Le code de ces deux procédures sera différent puisque leur type est différent.

Ces deux déclarations sont dites surchargées.

Exemple: calcul du prix TTC

Cet exemple invoque à la fois une fonction `PTTC` et une procédure `println`

```
public class Prix{
   static final double TVA=19.6;
   public static void main(String[] args){
      System.out.println("prix TTC="+PTTC(10.0));
   }

   static double PTTC(double X){
      return X+0.01*TVA*X;
   }
}
```

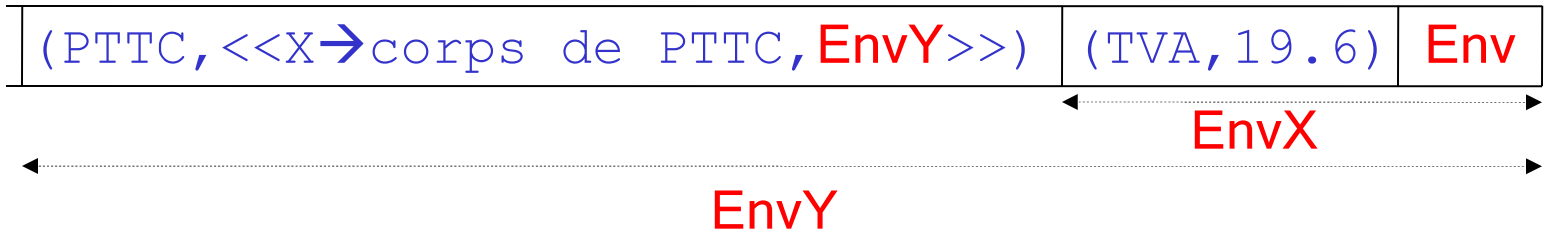
Evaluation des déclarations

L'évaluation de la déclaration de la constante `TVA` associe l'identificateur `TVA` au type `double` et à la valeur `19.6`

L'évaluation de la déclaration de la fonction `PTTC`

associe l'identificateur `PTTC` au type `double→double` et à une valeur indéfinie.

L'évaluation du corps de la fonction crée sa fermeture qui remplace la valeur indéfinie



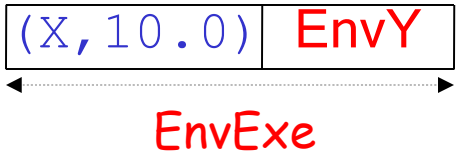
System.out.println(PTTC(10.0))(1/2)

Evaluation de `PTTC` et `10.0`

`PTTC => <<X→corps de PTTC,` EnvY`>>`

`10.0 => 10.0`

Construction de l'environnement d'exécution de `PTTC(10.0)`



Exécution du corps de `PTTC` dans l'état (EnvExe, Mem)

`=> X+0.01*TVA*X=10.0+0.01*19.6*10.0=11.96`

Destruction de EnvExe, restitution de EnvY

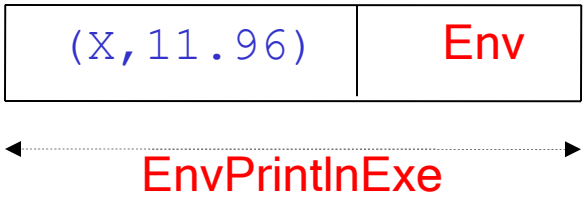
System.out.println(PTTC(10.0))(2/2)

Evaluation de `System.out.println(PTTC(10.0))` (dans Env)

`println => <<X→corps de println, Env >>`

`PTTC(10.0)) => 11.96`

Construction de l'environnement d'exécution de `System.out.println(PTTC(10.0))`



Exécution du corps de `println` dans l'état (EnvPrintlntExe, Mem)

`=> affichage de la valeur 11.96 à l'écran`

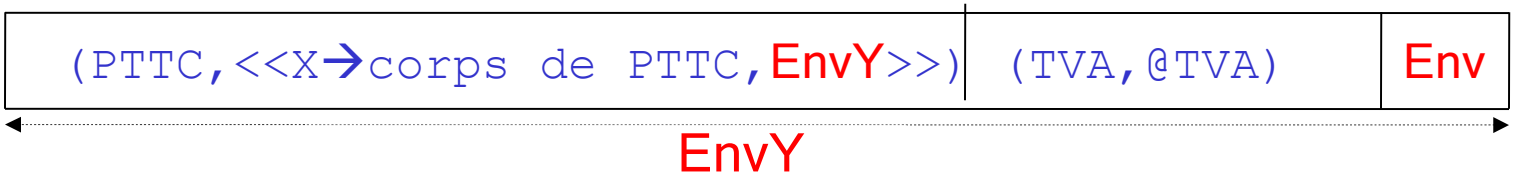
Destruction de EnvPrintlnExe, restitution de EnvY

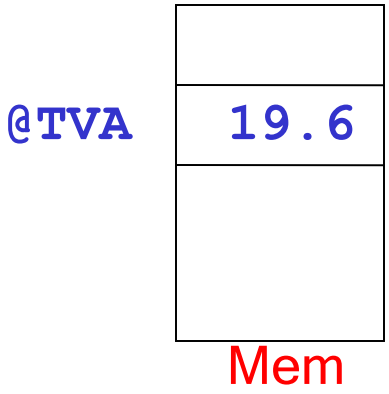
Exemple : calcul du PPTC variante (1/6)

```
public class Prix{
  static double TVA=19.6;
  public static void main(String[] args){
    System.out.println("prix TTC="+PTTC(10.0));
  }

  static double PTTC(double X){
    return X+0.01*TVA*X;
  }
}
```

Exemple : variante (2/6)

Après évaluation des déclarations, nous obtenons l'état suivant :





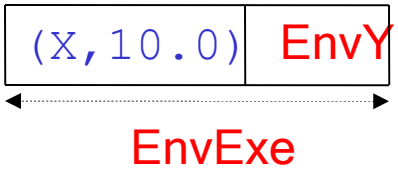
Exemple : variante (3/6)

Evaluation de `PTTC` et `10.0`

`PTTC => <<X→corps de PTTC,` EnvY`>>`

`10.0 => 10.0`

Construction de l'environnement d'exécution de `PTTC(10.0)`



Exécution du corps de `PTTC` dans l'état `(`EnvExe`,` Mem`)`

`=> X+0.01*TVA*X=10.0+0.01*19.6*10.0=11.96`

Destruction de EnvExe, restitution de EnvY

Exemple : variante (4/6)

```
public class Prix{
   static double TVA=19.6;
   public static void main(String[] args){
     System.out.println("PTTC(10.0)="+PTTC(10.0));
     TVA=28.0;
     System.out.println("PTTC(10.0)="+PTTC(10.0));
   }

   static double PTTC(double X){
     return X+0.01*TVA*X;
   }
}
```

résultat

```
PTTC(10.0)=11.96
PTTC(10.0)=12.80
```

Exemple : variante (5/6)

On remarque que cette façon de coder ne préserve pas la notion de fonction car, appliquée à un même paramètre effectif, `PTTC` retourne 2 résultats différents.

Nous avons transmis de l'information à la fonction par effet de bord et non par paramètre.

Comment éviter cela ?

Par l'introduction d'un paramètre supplémentaire qui permettra de transmettre la nouvelle valeur de la TVA de manière explicite

Exemple : variante (6/6)

```
public class Prix{
   static double TVA=19.6;
   public static void main(String[] args){
     System.out.println("PTTC(10.0)="+PTTC(10.0,TVA));
     TVA=28.0;
     System.out.println("PTTC(10.0)="+PTTC(10.0,TVA));
   }

   static double PTTC(double X,double tva){
     return X+0.01*tva*X;
   }
}
```

résultat

```
PTTC(10.0,19.6)=11.96
PTTC(10.0,28.0)=12.80
```

Procédures récursives

Comme les fonctions, les procédures sont naturellement récursives.

Exemple : Les tours de Hanoï

3 pieux A,B,C sont plantés en terre. Initialement, sur le pieu A sont empilés des disques de taille décroissante. Les pieux B et C sont alors vides.
A l'état final tous les disques sont empilés sur le pieu C.

Les règles sont les suivantes :

- on ne peut déplacer qu'un disque à la fois et bien sûr, il ne peut être placé qu'en haut d'une pile (au sommet d'un pieu).
- il est possible d'utiliser le pieu B
- on peut toujours empiler un disque sur un autre à la condition que sa taille soit inférieure

La procédure `hanoi` (1/4)

- La procédure `hanoi` construit et affiche la suite des déplacements de disques de manière récursive.
- Les 3 pieux sont représentés par les caractères 'A, 'B', 'C'.
- Les disques sont représentés par un entier qui simule leur taille.

La procédure `hanoi`(2/4)

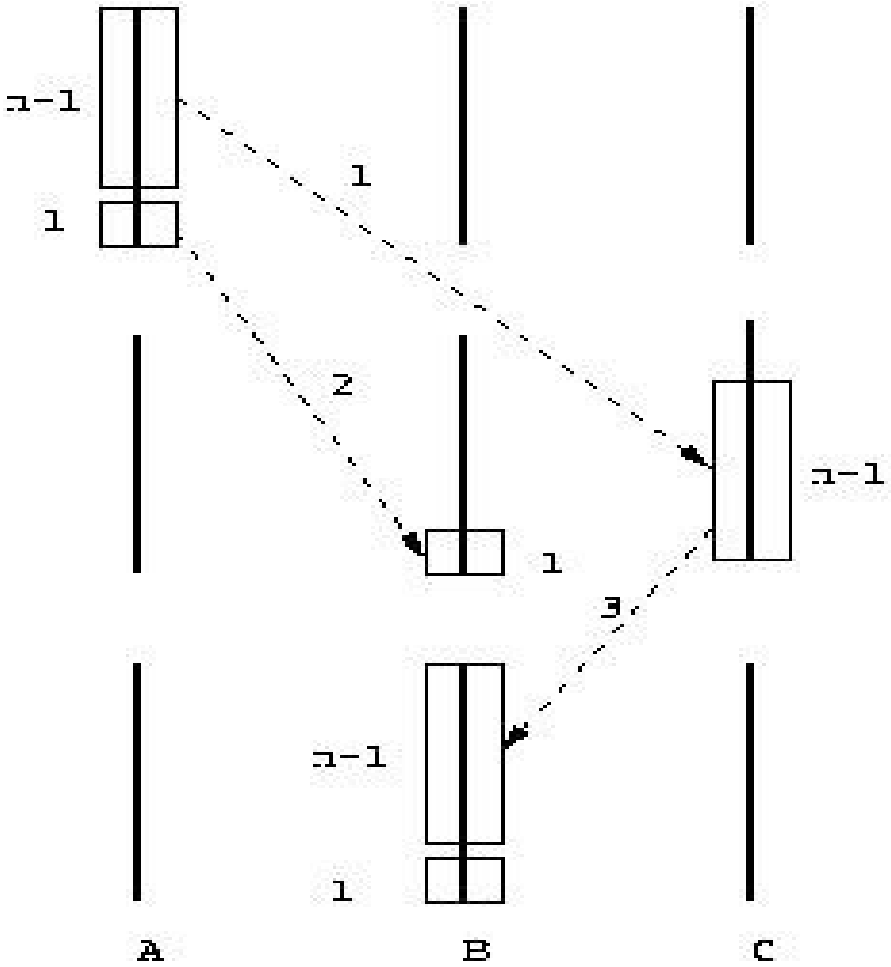
L'idée est, ici de dire :

Si aucun disque n'est empilé sur `A`, alors il n'y a rien à faire

Supposons que je sache déplacer les n-1 disques les plus petits de `A` vers `C` en utilisant `B`

Alors il suffit de placer le plus gros disque de `A` sur le pieu libre `B` et de recommencer (ce que j'ai supposé savoir faire), c'est à dire déplacer les n-1 disques (cette fois de `C` vers `B` en utilisant `A`).

La procédure `hanoi` (3/4)



La procédure hanoi (4/4)

```
public class Hanoi{
  public static void main(String[] args){
     hanoi(3,'A','B','C');
  }
  static void hanoi(int n,char X,char Y,char Z){
     if (n!=0){
        // n-1 disques de X vers Z via Y
       hanoi(n-1,X,Z,Y);
       // 1 disque de X vers Y
       System.out.print("disque "+n+" : ");
       System.out.println(X+" --> "+Y);
       // n-1 disques de Z vers Y via X
       hanoi(n-1,Z,Y,X);
     }
  }
}
```

```
disque 1 : A --> B
disque 2 : A --> C
disque 1 : B --> C
disque 3 : A --> B
disque 1 : C --> A
disque 2 : C --> B
disque 1 : A --> B
```

La procédure `hanoi`: résultats

Le résultat pour un pieu A où sont empilés 3 disques est :

```
disque :  1 : A --> C
disque :  2 : A --> B
disque :  1 : C --> B
disque :  3 : A --> C
disque :  1 : B --> A
disque :  2 : B --> C
disque :  1 : A --> C
```