Optimisation en informatique
RCP104
Chapitre 2 : Modélisation

Sourour Elloumi

Description du problème

Il faut décrire :

- Les données du problème
- Ce qu'est une solution réalisable
- S'il y a lieu, le coût d'une solution et donc l'objectif à optimiser

Rappel : Localisation de concentrateurs

Données : terminaux, sites potentiels pour concentrateurs,

- distances (en km) sites-terminaux et coût d'un km de raccordement
- coût d'installation d'un concentrateur sur un site

dist (km)	S1	S2	S3	S4
T1	1	2	1	4
T2	6	1	6	3
T3	5	2	3	1
T4	3	3	7	8
T5	4	5	3	2

	S1	S2	S3	S4
Coût inst (euro)	110	200	100	100

Coût d'un km de raccordement : 15 euros

Localisation de concentrateurs : Description

Données :

-n : nombre de terminaux,

-m : nombre de sites potentiels pour concentrateurs,

- d_{ij} : distances (en km) entre Ti et Sj et

- C : coût d'un km de raccordement

- F_j : coût d'installation d'un concentrateur sur le site Sj

Localisation de concentrateurs : Description

Description d'une solution réalisable :

On veut :

- localiser des concentrateurs sur certains sites
- affecter chaque client à un site où est placé un concentrateur

Coût d'une solution :

Somme des coûts d'installation des concentrateurs et de raccordement des clients aux sites ; à minimiser

Modélisation par un programme mathématique

- Il faut définir :

- Les variables et leur domaine de définition
- Les contraintes
- S'il y a lieu, la fonction objectif

Localisation de concentrateurs : Modélisation

- **Variables :**

y_j= 1 si un concentrateur est installé sur le site Sj
= 0 sinon

x_{ij}= 1 si le terminal Ti est raccordé au site Sj
= 0 sinon

Décrivent toutes les possibilités

Localisation de concentrateurs : Modélisation

- **Contraintes :**

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1 \quad i = 1, \cdots, n$$

Chaque terminal *i* est raccordé à exactement 1 site

$$x_{ij} \le y_j \quad i = 1, \cdots, n \,;\, j = 1, \cdots, m$$

Le terminal *i* n'est raccordé au site *j* que s'il est équipé d'un concentrateur

Définissent l'ensemble des solutions réalisables

Localisation de concentrateurs : Modélisation

- **Objectif :**

$$\min \quad z = \sum_{j=1}^{m} F_j y_j + C \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} d_{ij} x_{ij}$$

Type des variables

- Elles peuvent être
  - Réelles (continues)
  - Binaires (booléennes, 0-1)
  - Entières
- On peut toujours se ramener au cas des variables positives

Type des contraintes

- Elles peuvent être
  - linéaires
  - quadratiques
  - autres …
- Elles peuvent être de la forme
  - g(x) $\geq$0
  - g(x)$\leq$0
  - g(x)=0

  mais on peut toujours se ramener au cas g(x) $\geq$0

Type de la fonction objectif

- Elle peut être
  - linéaire
  - quadratique
  - autre …
- Elle peut être
  - max
  - ou min

  mais min(f)= - max(- f)

Types de Programmes mathématiques

- Programme linéaire (continu)
  - Objectif et contraintes linéaires
  - Variables continues

Résolution « facile » au sens de la théorie de la complexité

Méthodes de résolution :
- Algorithme du simplexe
- Méthodes des points intérieurs

Types de Programmes mathématiques

- Programme linéaire en nombres entiers (mixte)
  - Objectif et contraintes linéaires
  - Variables entières (et certaines continues)

Résolution « NP-difficile »

Méthodes de résolution :
- Branch-and-bound
- Méthodes de coupes
- Coopération des deux

Types de Programmes mathématiques

- D'autres que nous verrons si besoin

Savoir modéliser les problèmes par la programmation mathématique

- Vient surtout par la pratique
- Alors place aux exemples