Dans une compétition sportive, les participants sont systématiquement soumis à deux contrôles anti-dopage indépendants.
Le premier test a une probabilité de non-détection de 5% et une probabilité de détection intempestive de 1%. Le second test a une probabilité de non-détection de 10% mais ne génère pas de détection intempestive. Les organisateurs optent pour un règlement strict : un participant est disqualifié si l'un des deux tests est positif.
On fait l'hypothèse que 10% des participants ont absorbé des produits illicites.

1. Quel pourcentage de participants seront disqualifiés ?
2. Quelle est la probabilité qu'un concurrent sain soit disqualifié ?
3. Quelle est la probabilité qu'un concurrent disqualifié soit sain ?

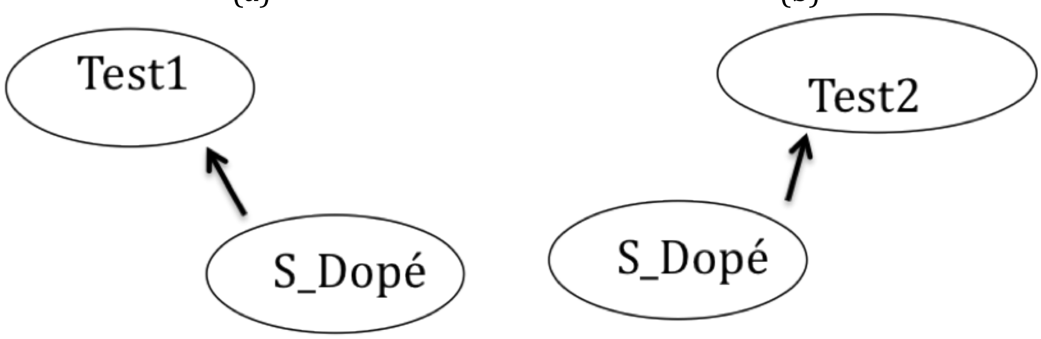
Pour répondre aux trois questions ont doit d'abord définir le réseau bayésien qui correspond à ce problème :

On définit les variables aléatoires binaires suivantes :

- Sportif dopé, noté par S_Dopé elle admet deux modalités oui/non
- Sportif disqualifié, notée par S_Disqualif elle admet deux modalités oui/non
- Résultat du teste 1 notée Test1 elle admet deux modalités positif/négatif
- Résultat du teste 2 notée Test2 elle admet deux modalités positif/négatif

Voici les différentes relations de causalités entre ces variables :

(a) (b)



Tenant compte de l'énoncée, nous définissons les tables de probabilités suivantes :

Probabilité à priori	Oui	Non
P(S_Dopé)	0,1 (10% de la population)	0,9

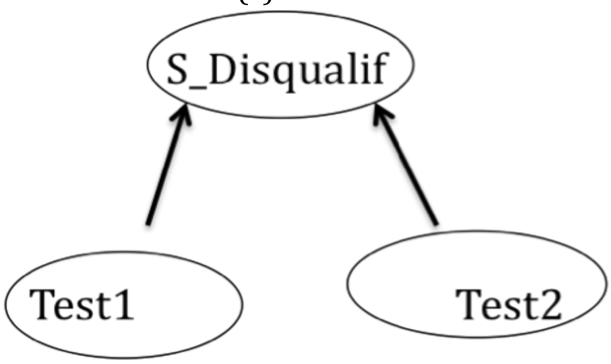
Probabilité conditionnelle P(Test1/S_Dopé)

S_Dopé | Test1	positif	Négatif
oui	0,95	0,05 (probabilité de non détection)
Non	0,01 (probabilité de détection intempestive)	0,99

Probabilité conditionnelle P(Test2/S_Dopé)

S_Dopé	Test2	positif	Négatif
oui		0,90	0,1 (probabilité de non détection)
Non		0 (ne génère pas de détection intempestive)	1

(c)



Concernant les causalités définies par (c) nous pouvons définir la table de probabilités conditionnelles par :

P(S-Diqualif =oui/Test1 et Test2) = 1 si test1=positif ou Test2=positif.
P(S-Diqualif =oui/Test1 et Test2) = 0 si Test1=négatif et Test2=négatif.

On obtient par complémentation à 1 :
P(S-Diqualif =non/Test1 et Test2) =
1 - P(S-Diqualif =oui/Test1 et Test2)

Ayant défini le réseau bayésien (avec toutes les tables de probabilités), les logiciels permettent de calculer toutes les probabilités dont on aura besoin.

Pour répondre à la question 1) il suffit de calculer P(S_Disqualif = oui). Ainsi, n'ayant aucune information sur les variables de réseau bayésien, nous demanderons au Logiciel de calculer P(S_Disqualif = oui).

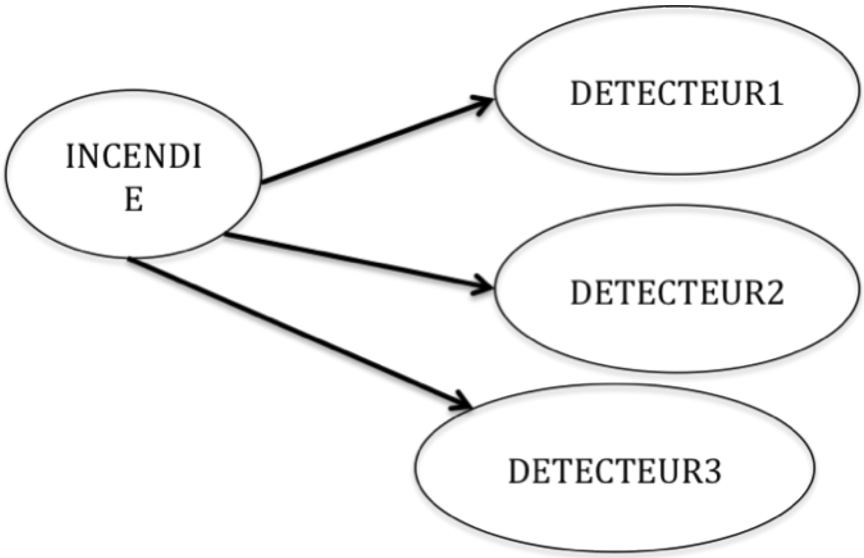
Pour répondre à la question 2) il suffit de calculer P(S_Disqualif =oui / S_Dopé=non). Pour calculer cette probabilité, on instancie dans le réseau bayésien « S_dopé=non » et puis on demande au logiciel de calculer p(S_Disqualif = Oui).

Pour répondre à la question 3) il suffit de calculer P(S_Dopé=non /S_Disquanif=oui). Pour calculer cette probabilité, on instancie dans le réseau bayésien « S_disqualif=Non » et puis on demande au logiciel de calculer p(S_Dopé= non).

Un dispositif de détection d’incendie est composé de 3 détecteurs de fumées identiques.
En cas d’incendie, on admet que chaque détecteur a 90% de chances de fonctionner correctement. En cas d’absence d’incendie aucun détecteur ne se déclenche.
Le dispositif déclenche l’alarme si au moins 2 détecteurs sur 3 révèlent la présence de fumée.
Un opérateur, présent 8 heures par jour, peut activer l’alarme manuellement.
1- Préciser les différentes variables aléatoires, le graphe de causalité et préciser les différentes tables de probabilités qui permettent de définir le réseau Bayésien associé à ce problème.
3- Quelle est la probabilité que l’alarme ne soit pas déclenchée en cas d’incendie ?

1)- On définit d’abord les variables :
- INCENDIE ayant deux modalités OUI/NON
- DETECTEUR1, DETECTEUR2 et DETECTEUR3 ayant chacune deux modalités positif/ négatif .

Ces variables sont liées par les relations de causalités définies par le graphe ci-dessous :



A ces causalités on associe les tables de probabilités suivantes :

Probabilité à priori	Oui	Non
P(INCENDIE)	Non définie dans l’énoncée	Non définie dans l’énoncée

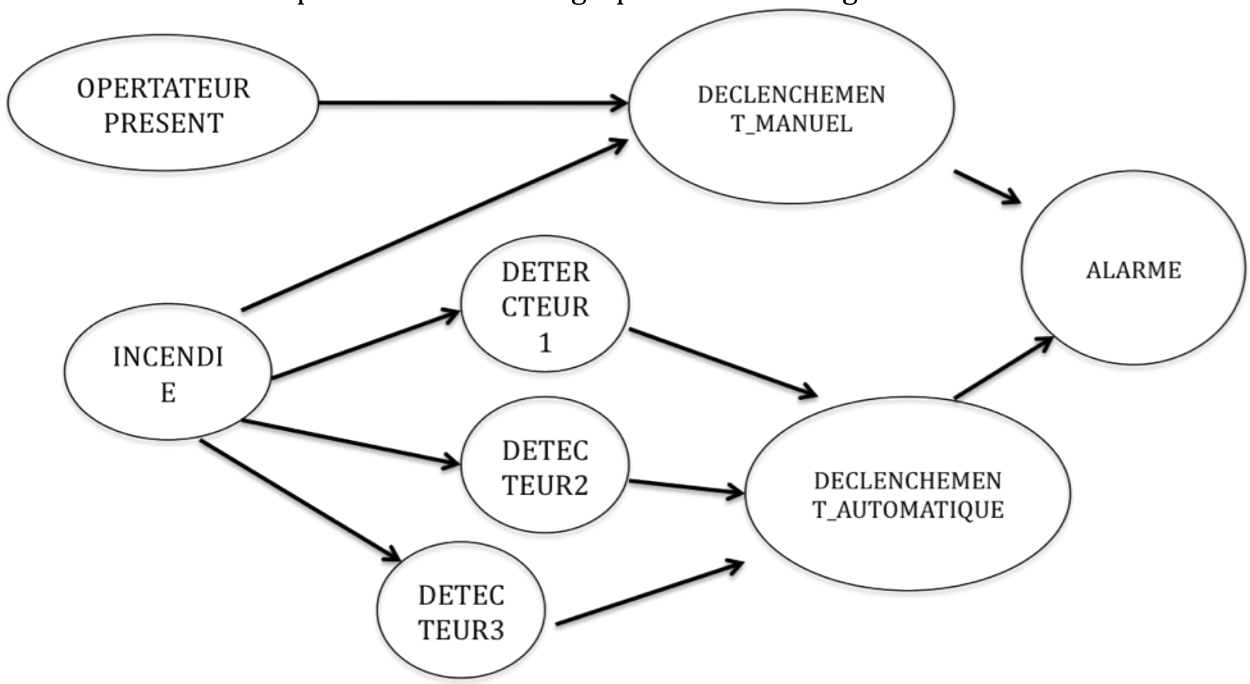
Probabilité conditionnelle P(DETECTEURi/INCENDIE) (pour i = 1,2,3)

INCENDIE DETECTEURi	positif	Négatif
oui	0,9	0,1
Non	0	1

Afin de compléter le graphe de causalité, on doit ajouter les trois variables suivantes :

- OPERATEUR_PRESENT qui admet deux modalités OUI/NON
- DECLENCHEMENT_AUTOMATIQUE qui admet deux modalités OUI/NON
- DECLENCHEMENT_MANUEL qui admet deux modalités OUI/NON
- ALARME qui admet deux modalités OUI/NON

Avec ces variables on peut alors définir le graphe de causalité global :



Afin de compléter la définition du réseau bayésien on doit définir les tables de probabilités restantes :

Probabilité à priori	Oui	Non
P(OPERATEUR_PRESENT)	0,33 (8 heures par jour)	0,66

Probabilité conditionnelle

- P(DECLANCHEMENT_AUTOMATIQUE/DETECTEUR1,DETECTEUR2,DETECTEUR3)

    Elle est définie par :
    P(DECLANCHEMENT_AUTOMATIQUE=OUI/ DETECTEUR1,DETECTEUR2,DETECTEUR3) est égale à 1 si au moins deux des trois détecteurs sont positifs, sinon elle est égale à 0.
    P(DECLANCHEMENT_AUTOMATIQUE=NON/DETECTEUR1,DETECTEUR2,DETECTEUR3) = 1- P(DECLANCHEMENT_AUTOMATIQUE=OUI/DETECTEUR1,DETECTEUR2,DETECTEUR3).

- P(DECLANCHEMENT_MANUEL/INCENDIE, OPERATEUR_PRESENT)

    Elle est définie par :
    P(DECLANCHEMENT_MANUEL=OUI/INCENDIE , OPERATEUR_PRESENT) elle est égale à 1 si INCENDIE =OUI et OPERATEUR_PRESENT=OUI, Sinon elle est égale à 0.
    P(DECLANCHEMENT_MANUEL=NON/INCENDIE , OPERATEUR_PRESENT) =
    1 - P(DECLANCHEMENT_MANUEL=OUI/INCENDIE , OPERATEUR_PRESENT)

- P(ALARME/ DECLANCHEMENT_MANUEL, DECLANCHEMENT_AUTOMATIQUE)

    Elle est définie par :
    P(ALARME=OUI/ DECLANCHEMENT_MANUEL, DECLANCHEMENT_AUTOMATIQUE) si DECLANCHEMENT_MANUEL=OUI ou (inclusif) DECLANCHEMENT_AUTOMATIQUE=OUI, Sinon elle est égale à 0.
    P(ALARME=NON/ DECLANCHEMENT_MANUEL, DECLANCHEMENT_AUTOMATIQUE)=
    1 - P(ALARME=OUI/ DECLANCHEMENT_MANUEL, DECLANCHEMENT_AUTOMATIQUE)

2)- Pour répondre à la question 2) il suffit de calculer p(ALARME= non/INCENDIE=OUI). Pour calculer cette probabilité, on instancie dans le réseau « INCENDIE=OUI » et puis on demande au logiciel de calculer p(ALARME= non).